Обычно вектор поляризации P линейно зависит от электрической напряжённости E. Оказывается, что не всегда.
Поляризация перестаёт линейно зависеть от E, когда E достаточно велика и превышает характерное поле, действующее на электрон (оценка для него – $3*10^{12}$ В/м) указана на первой из фотографий).

Очень кратко, на пальцах, кому оптика нафиг не сдалась, разберём этот вопрос, чтобы вам было что написать на экзамене.

Разложим P в ряд Тейлора:

Электрическая поляризация среды в сильном поле:

$$P(t) = \varepsilon_0\left(\kappa E(t) + \chi E^2(t) + \xi E^3(t) + \ldots\right) = P_1(t) + P_2(t) + P_3(t) + \ldots,$$

κ – **линейная (оптическая) восприимчивость,**

χ – **нелинейная восприимчивость второго порядка,**

ξ – **нелинейная восприимчивость третьего порядка.**

Разложение в ряд по отношению $\dfrac{\chi E^2}{\kappa E} \sim \dfrac{\xi E^3}{\chi E^2} \sim \dfrac{E}{E_{\text{ат}}}$.

Оценка: $E_{\text{ат}} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \dfrac{Ze}{r_{\text{ат}}^2} \cong 9 \cdot 10^9 \cdot \dfrac{20 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}}{10^{-20}} \cong 3 \cdot 10^{12}\,\dfrac{\text{В}}{\text{м}}$.

$$E(t) = E_0 \cos(\omega t - kz),$$

$$P(t) = \varepsilon_0\left(\kappa E_0 \cos(\omega t - kz) + \chi E_0^2 \cos^2(\omega t - kz) + \xi E_0^3 \cos^3(\omega t - kz) + \ldots\right).$$

На самом деле уже слагаемое с E^4 – перебор, его вклад уже совсем несущественен.

Рассмотрим среды с квадратичной нелинейностью, где уже слагаемым с E^3 можно прнеберечь:

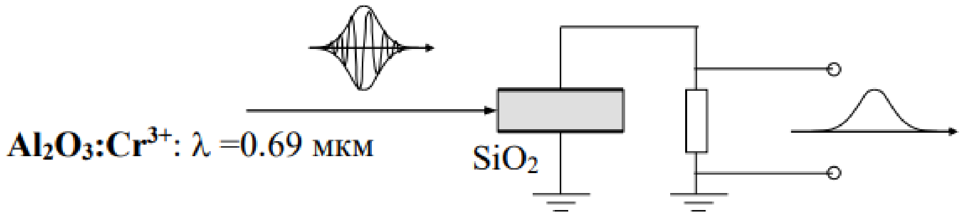
$$P(t) \cong \varepsilon_0\left(\kappa E(t) + \chi E^2(t)\right) = P_1(t) + P_2(t).$$

Оптическое детектирование, генерация гармоник

$$P_2(t) = \varepsilon_0 \chi E_0^2 \cos^2(\omega t - kz) = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \chi E_0^2 + \frac{1}{2}\varepsilon_0 \chi E_0^2 \cos(2\omega t - 2kz).$$

На что способен этот эффект? А вот рассмотрим схему ниже.

Оптическое детектирование (1962 г.) – выпрямление высокочастотного светового поля: $U(t) \sim \sigma(t) \sim \langle P(t) \rangle \sim \langle E^2(t) \rangle \sim E_0^2(t) = I(t)$.



Генерация второй гармоники (1961 г., P.A. Franken):

$$E_{\text{изл}}(t) \sim \ddot{P}_1 + \ddot{P}_2 = \varepsilon_0 \kappa \omega^2 E_0 \cos(\omega t - kz) + 2\varepsilon_0 \chi \omega^2 E_0^2 \cos(2\omega t - 2kz).$$

Обратите внимание на цепочку прямых пропорциональностей. Напряжение на между краями пластины (оно же напряжение двумя между контактами справа) пропорционально поверхностной плотности заряда, т.е. вектору поляризации. А он – квадрату E. Но это и есть интенсивность!

Таким образом, зависимость напряжения на обкладках $E_0(t)$ конденсатора будет точно такая же, как зависимость интенсивности облучения I(t)!

Среды с кубичной нелинейностью. Чтобы вклад кубического слагаемого был заметен, необходим центр симметрии. Тогда забивается квадратичное слагаемое. Не ломайте голову, почему, просто запомните.

Для изотропных сред или кристаллов с <u>центром симметрии</u>:

$$\boldsymbol{P}(-\boldsymbol{E}) = -\boldsymbol{P}(\boldsymbol{E}) \Rightarrow P(t) = \varepsilon_0\left(\kappa E(t) + \xi E^3(t) + \ldots\right) \cong P_1(t) + P_3(t);$$

Применим формулу, которая связывает косинус тройного угла с кубом косинуса:

$$P_3(t) = \varepsilon_0 \xi E_0^3 \cos^3(\omega t - kz) =$$
$$= \varepsilon_0 \xi E_0^2 \cdot \frac{3}{4} E_0 \cos(\omega t - kz) + \varepsilon_0 \xi E_0^3 \cdot \frac{1}{4} \cos(3\omega t - 3kz).$$

Второе слагаемое отбросим. Я не понял, почему Русаков так сделал, но раз уж он сделал, то я и тоже.

Изменение показателя преломления среды:

$$n = \sqrt{\varepsilon} = \sqrt{1 + \kappa + \frac{3}{4}\xi E_0^2} \cong n_0 + \frac{3}{8n_0}\xi E_0^2,\ n = n_0 + n_2 E_0^2.$$

Как мы видим, здесь другой прикол: меняется показатель преломления в зависимости от E_0!

Коэффициент n_2 может быть как положительным, так и отрицательным.